

所属・資格 数学科・准教授

申請者氏名 下元 数馬

研究課題		数論的手法による可換環の研究
報告の概要	研究目的 および 研究概要	本研究の目的はパーフェクトイド空間を理論を駆使して、ホモロジカル予想の更なる精密化を行うことである。具体的には Scholze らによる概純性定理と Andre によるパーフェクトイド Abhyankar の補題から p -進完備性をという条件を取り除くことである。そのために Tate 環の完備化による振る舞いを詳しく調べ、Davis-Kedlaya による概純性定理に対してより見通しの良い証明を与えることが研究概要となる。これらの結果を利用してある種の巨大な環を構成することを目指す。他の研究テーマとして局所コホモロジーとフロベニウス作用に関するものがある。
	研究の 結果	概純性定理を p -進完備の仮定を外したバージョンは Davis-Kedlaya により示されていたが、彼らの証明を理解する過程において、一般の Tate 環の概エタール拡大について幾つかの基本的な結果を得ることが出来た。今後の応用が期待されるが、これらの議論においてトレース射が重要であるという知見が得られたのは大きな収穫である。これらは名古屋大学の仲里溪氏との共同研究である。 結果 1 : Tate 環の完備化での振る舞いを詳しく調べ、パーフェクトイド Abhyankar の補題を拡張した。 結果 2 : ホモロジカル予想から派生した問題として、概 Cohen-Macaulay 環で精密な構造を持つものを結果 1 を用いて構成した。
	研究の 考察・ 反省	既に先行的研究が Davis-Kedlaya により行われており、今回の研究では彼らの論文を解読するところから始まった。しかし解読作業に時間が掛かり、また彼らの議論の一部が不明瞭で完全にフォロー出来ないこともあって、上記の研究に着手した。結果 2 は内容的には新しく、今のところ別の手法による証明は知られていない点に独自性があるが、主結果の応用を込めた代数多様体の特異点解析がまだ十分に行われていない部分が反省点であると考えている。関連する文献を読み込みながら、Prismatic cohomology や arc topology、更に導来可換環論といった最新の理論の理解を深めつつ既存の議論の簡明化を行ったり、今後の研究の方向を決定したい。
研究発表 学会名 発表テーマ 年月日/場所	研究成果物 テーマ 誌名 巻・号 発行年月日 発行所・者	<p>※この欄は、本報告書提出時点で判明している事項についてご記入ください。</p> <ol style="list-style-type: none"> 下元数馬、Decompleting perfectoid Abhyankar's lemma and almost Cohen-Macaulay algebras(joint with K. Nakazato), 第 41 回可換環シンポジウム、倉敷シーサイドホテル 2019/11/27 下元数馬、Decompleting perfectoid algebras and the almost purity theorem(joint with K. Nakazato), Morgantown Algebra Days, West Virginia, USA, 2019/04/14 <ol style="list-style-type: none"> Kazuma Shimomoto (joint with T. Ochiai), Specialization method in Krull dimension two and Euler system theory over normal deformation rings, Annals mathématiques du Québec 43 357-409 (2019)