

所属・資格 情報科学科・教授

申請者氏名 斎藤 明

研究課題		Forbidden subgraphs in edge-colored graphs
報告の概要	研究目的 および 研究概要	連結グラフ H_1 とその誘導部分グラフ H_2 について、任意 H_1 -フリーグラフは H_2 -フリーである。一方、 H_1 と H_2 が等しい場合を除き、 H_2 -フリーでありかつ H_1 -フリーでないグラフは無数に存在する。ところが辺着色されたグラフでは「大きいグラフを禁止して小さいグラフの禁止を得る」現象が観察される。グラフ G とその辺着色 $c: E(G) \rightarrow \mathbf{N}$ の組 (G, c) を辺着色グラフと呼び、 c が単射であるとき、 G は rainbow であるという。本研究は rainbow に着色されたグラフにおいて、大きいグラフの禁止が小さいグラフの禁止を導くような状況を特定することを目指した。
	研究の結果	辺着色されたグラフ (G, c) と G の部分グラフ H において、 (G, c) が rainbow な H に同形なグラフを部分グラフに含まないとき、 (G, c) は rainbow H -フリーであるとよばれる。またスター $K_{1,k}$ の1辺を単純細分して得られるグラフを $K_{1,k}^+$ とおく。Bass らは4色で着色されたグラフ (G, c) が rainbow $K_{1,3}^+$ -フリーであれば、 (G, c) は rainbow $K_{1,3}^-$ -フリーであることを示した。我々は彼らの証明を改良することにより、3以上の任意の整数 k について十分な色数で辺着色されたグラフ (G, c) が rainbow $K_{1,k}^+$ -フリーであれば、 (G, c) は rainbow $K_{1,k}^-$ -フリーであることを証明した。また一般に H_1 とその部分グラフ H_2 について、もし十分な色数で着色された rainbow H_1 -フリーな任意の辺着色グラフ (G, c) が H_2 -フリーであるならば、ある整数 k について、 $(H_1, H_2) = (K_{1,k}^+, K_{1,k}^-)$ であることを示した。
	研究の考察・反省	本研究者は、Bass らの結果から本結果の前半部分についてはある程度予想していた。しかしながら、後半の結果は予想外であった。この結果により、rainbow な着色に関して大きな部分グラフの禁止が小さいグラフの禁止を導くのは、従来の Bass らの結果とその自然な拡張である本研究前半の結果に限られる。すなわち Bass らにより初めて報告されたこのような現象は、極めて限られた、例外的なところでのみ発生することが分かった。辺着色について rainbow なもの以外の着色を考えることができる。今回の結果を rainbow 以外の着色に拡張することが今後の課題である。
研究発表 学会名 発表テーマ 年月日/場所 研究成果物 テーマ 誌名 巻・号 発行年月日 発行所・者	<p>※この欄は、本報告書提出時点で判明している事項についてご記入ください。</p> <ol style="list-style-type: none"> 研究発表 <ol style="list-style-type: none"> (招待講演) "Hamiltonian bipartite graphs in dense graphs", 2018 International Conference on Graphs, Artificial Intelligence and Complex Networks, 2018年7月28日, Qinghai Normal University, Qinghai, China "Cycles with a chord in dense graphs", 離散数学とその応用研究集会 2018, 2018年8月20日, 広島工業大学, 広島県広島市 (招待講演) "Hamiltonian bipartite graphs in dense graphs", 8th Cracow Conference on Graph Theory, 2018年9月13日, Hotel Perla Poludnia, Rytro, Poland (招待講演) "Spanning bipartite graphs with high degree sum in graphs", 6th Pacific Workshop on Discrete Mathematics, 2018年11月27日, Hawaii Tokai International College, Kapolei, Hawaii, USA "Distance matching extension of star-free graphs", 2018年度応用数学合同研究集会, 2018年12月13日, 龍谷大学, 滋賀県瀬田市 	

(6) “Distance matching extension of star-free graphs”, 日本数学会 2019 年度年会, 2019 年 3 月 19 日, 東京工業大学, 東京都目黒区

2. 研究成果物 (論文)

Cycles with a chord in dense graphs, *Discrete Mathematics*, 341 (2018) 2131–2141 (doi: 10.1016/j.disc.2018.04.016)