

所属・資格 情報科学科・教授

申請者氏名 古市 茂

研究課題	古典的な不等式の改善とその応用	
	研究目的 および 研究概要	<p>算術平均・幾何平均・調和平均に関する不等式として Young の不等式は有名である。近年、この不等式の改善を多くの研究者が発表している。本研究課題の代表者の2010年頃からのこのトピックの研究をはじめ、幾つかの成果を挙げてきた。また、本年もこの話題に係る成果を挙げつつある。平均は、先に挙げたものの他に、対数平均や Heron 平均、Heinz 平均などパラメータ化されたものが複数個あり、これらについても多くの成果が挙げられている。</p> <p>本研究課題では、数ある平均に係る古典的な不等式の改善を目的とする。その応用として、作用素不等式やノルム不等式への拡張を考える。また、正線形写像を用いた場合にも順序を保存する不等式についても研究を進める。さらなる応用として、作用素相対エントロピーの上界・下界の改善についても新たな成果を得るべく、研究を遂行していく予定である。</p>
報告の概要	研究結果	<p>研究成果は多岐にわたっており予想以上の成果が得られたと自負している。以下に主要な結果のみを記載する。通常の凸関数に対する Jensen の不等式の一般化の一般化として凸化可能な関数に対して Jensen の不等式を証明した。2回微分可能な実数値関数と自己共役作用素、単位正值線形写像に対する Jensen の不等式のいくつかの補足的不等式を証明した。作用素平均不等式に対する逆不等式に対する商型の幾つかの新しいシャープな不等式を証明し、作用素 Pólya-Szegő 不等式の拡張を得た。作用素減少関数と作用素平均を含むいくつかの不等式を証明し、作用素 Aczél の不等式の逆不等式の導出に成功した。Golden-Thompson型の補足的不等式の逆不等式を証明した。古田のパラメトリック相対作用素エントロピーについて研究し、幾つかの関数不等式が得られた。 Hermite-Hadamard の不等式を用いて Tsallis 相対作用素エントロピーのより精密な見積りを行った。また、非常に意義のある結果として、 Tsallis 相対作用素エントロピーと古田のパラメトリック相対作用素エントロピーの積分公式による関係式を発見した。凸性と Mond-Pečarić の方法を用いて作用素と正值線形写像に対する指数型不等式を示した。凸性の仮定なしで、 Choi-Davis-Jensen 型の不等式を導出した。正值線形作用素を含む Tsallis 相対作用素エントロピーの逆不等式を確立した。加えて、各パラメータに対して安藤の逆不等式を示した。また、これまでに知られていた古田の結果と瀬尾の結果と我々の得た結果を比較し、我々の結果に利する場合があることを示した。また、ある条件の下で、 Löwner-Heinz の逆不等式を示した。興味深い結果として、内積空間における抽象的不等式およびノルム不等式の幾つかを示した。差型および商型の両方において、作用素に対する Young の逆不等式を示した。応用の1つとして Heron 平均に関する結果を得た。S.S.Dragomir によって示された Young の不等式の改善と逆不等式の定数には指数関数が使われているが、それを一般化し更にタイトな定数を得た。作用素に対する Kantorovich 型の不等式を証明した。この結果は既出の結果[H.R. Moradi, I.H. Gümüş, Z. Heydarbeygi, <i>A glimpse at the operator Kantorovich inequality</i>, Linear Multilinear Algebra, doi:10.1080/03081087.2018.1441799]の内容を改善するものとなった。</p>

	<p>研究の考察・反省</p>	<p>研究課題の基礎研究の部分については想定を超える成果が出せたと思う。共著者のアイデアやアクティビティの高さに依るところも大きいですが、代表者によってこれまで蓄積されてきた、不等式の証明に関するテクニックとエントロピー周りの知識が功を奏したと自負している。</p> <p>一方、反省点としては、代表者自身のアイデアによる研究課題が幾つかあったが、その幾つかは、代表者自身で解決し論文発表しているが、幾つかについては、他論文の共著者に相談もせず、進展していない部分がある。それも、複数いる共著者達からの質問や次の研究テーマがシームレスにメールで送られてきて、ゆっくり自分自身の課題に対応することが難しかったことが理由である。その点は反省して、なるべく時間を上手に作って自分自身の問題解決のために時間を取りたいと思っている。</p>
<p>研究発表 学会名 発表テーマ 年月日/場所</p> <p>研究成果物 テーマ 誌名 巻・号 発行年月日 発行所・者</p>		<p>※この欄は、本報告書提出時点で判明している事項についてご記入ください。</p> <p>【研究発表】</p> <p>[1]S.Furuichi, F.C.Mitroi-Symeonidis and E.Symeonidis, <i>Mathematical properties of the hypoentropy and maximum hypoentropy principle</i>, Entropy 2018,Barcelona, Spain, 2018/05/15.</p> <p>[2]S.Furuichi, <i>Refinements and reverses for some classical inequalities</i>, Mathematical Inequalities and Applications 2018,Zagreb,Croatia, 2018/07/07.</p> <p>[3]S.Furuichi, <i>On some results for classical inequalities</i>, Ninth International Conference on Information, Ichigaya, Tokyo, 2018/12/08.</p> <p>[4]古市茂, <i>Karamata 型の不等式とそのエントロピーへの応用</i>, 日本応用数学会環瀬戸内応用数理研究部会第 22 回シンポジウム, 香川県高松市, 2018/12/22</p> <p>[5]古市茂, V. Kaleibary, <i>Golden-Thompson 型の逆不等式について</i>, 日本数学会 2019 年度年会函数解析学学科会, 東京工業大学大岡山キャンパス, 2019/03/19.</p> <p>【研究成果物】（有査読論文のみ記載）</p> <p>[1]H.R.Moradi, S. Furuichi, F.-C. M.-Symeonidis and R. Naseri, <i>An extension of Jensen's operator inequality and its application to Young inequality</i>, RACSAM, 10.1007/s13398-018-0499-7.</p> <p>[2] J. Mičić, H.R. Moradi, S. Furuichi, <i>Some complementary inequalities to Jensen's operator inequality</i>, Journal of Inequalities and Applications, 2018(25)(2018), pp.1-20.</p> <p>[3] S. Furuichi, H.R.Moradi and M. Sababheh, <i>New sharp inequalities for operator means</i>, Linear and Multilinear Algebra, 10.1080/03081087.2018.1461189.</p> <p>[4] V. Kaleibary and S. Furuichi, <i>Reverses of operator Aczél inequality</i>, Comptes rendus – Mathématique, 356(5)(2018), pp.475-481</p> <p>[5] M. B. Ghaemi, V. Kaleibary and S. Furuichi, <i>On reverses of the Golden-Thompson type inequalities</i>, Journal of Mathematical Inequalities, 12(2)(2018), pp.315-323.</p>

- [6] M. Raïssouli and S. Furuichi,
Functional version for Furuta parametric relative operator entropy,
Journal of Inequalities and Applications, 2018(212)(2018), pp.1-10.
- [7] S. Furuichi and N. Minculete,
Inequalities for relative operator entropies and operator means,
Acta Mathematica Vietnamica, 43(4)(2018), pp.607-618.
- [8] M. Sababheh, H. R. Moradi, and S. Furuichi,
Exponential inequalities for positive linear mappings,
Journal of Function Spaces, 2018(2018) Art.5467413, pp.1-7.
- [9] J. Mičić, H. R. Moradi and S. Furuichi,
Choi-Davis-Jensen's inequality without convexity,
Journal of Mathematical Inequalities, 12(4)(2018), pp.1075-1085.
- [10] H. R. Moradi and S. Furuichi,
A complementary inequality to the information monotonicity for Tsallis relative operator entropy, **Linear and Multilinear Algebra**, [10.1080/03081087.2018.1549532](https://doi.org/10.1080/03081087.2018.1549532).
- [11] S. Furuichi and H. R. Moradi,
Some refinements of classical inequalities,
Rocky Mountain Journal of Mathematics, 48(7)(2018), pp.2289-2309.
- [12] S. Furuichi, M. B. Ghaemi and N. Gharakhanlu,
Generalized reverse Young and Heinz inequalities,
Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 42(1)(2019), pp.267-284.
- [13] S. Furuichi and H. R. Moradi,
On further refinements for Young inequalities,
Open Mathematics, 16(1)(2019), pp.1478-1482.
- [14] S. Furuichi,
Further improvements of Young inequality,
RACSAM, 113(1)(2019), pp.255-266.
- [15] H. R. Moradi, S. Furuichi and Z. Heydarbeygi,
New refinement of the operator Kantorovich inequality,
Mathematics, 7(2)(2019), pp.1-7.